МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ

ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Национальный исследовательский университет ИТМО»

ФАКУЛЬТЕТ ПРОГРАММНОЙ ИНЖЕНЕРИИ И КОМПЬЮТЕРНОЙ ТЕХНИКИ

**ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА №3**

по дисциплине

«ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МАТЕМАТИКА»

Вариант № 13

***Выполнил:***

Студент группы P3218

Рамеев Тимур

Ильгизович

***Преподаватель:***

Бострикова Дарья

Константиновна

Оглавление

[Цель работы 3](#_Toc167723958)

[Используемые методы 3](#_Toc167723959)

[Метод наименьших квадратов 3](#_Toc167723960)

[Аппроксимация многочленом 3](#_Toc167723961)

[Степенная аппроксимация 4](#_Toc167723962)

[Экспоненциальная аппроксимация 4](#_Toc167723963)

[Логарифмическая аппроксимация 4](#_Toc167723964)

[Выбор аппроксимирующей функции 4](#_Toc167723965)

[Вычислительная часть 5](#_Toc167723966)

[Реализация и пример работы 5](#_Toc167723967)

[Вывод 6](#_Toc167723968)

# Цель работы

Нахождение функции, являющейся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов

# Используемые методы

## Метод наименьших квадратов

В общем случае методы аппроксимации основаны на подборе общего вида аппроксимирующей функции и определении значений ее параметров.

В методе МНК значения этих параметров определяются с помощью критерия минимизации (S):

То есть значения параметров находятся посредством минимизации функции .

## Аппроксимация многочленом

Наиболее простым видом аппроксимирующей функции является многочлен степени m:

Коэффициенты находятся из условия стационарности точки (именно в стационарной точке у функции S – минимум):

## Степенная аппроксимация

Рассмотрим аппроксимирующую функцию вида:

Задачу нахождения значений параметров a и b можно свести к задаче нахождению коэффициентов многочлена, логарифмирую обе стороны равенства:

При этом вместо необходимо использовать , а вместо -. Коэффициент восстанавливаем потенцированием.

## Экспоненциальная аппроксимация

Аналогично можно найти параметры экспоненциальной функции:

## Логарифмическая аппроксимация

При логарифмической аппроксимации и логарифмировать обе части не требуется:

Нужно лишь не забыть вместо использовать .

## Выбор аппроксимирующей функции

В качестве показателей того, насколько хорошо найденное приближение аппроксимирует функцию можно использовать: коэффициент корреляции (для линейной связи), достоверность аппроксимации или, если нужно сравнить несколько аппроксимаций – среднеквадратичное отклонение.

Среднеквадратичное отклонение:

# Вычислительная часть

Аппроксимируем следующую функцию:

Сформируем таблицу табулирования заданной функции на интервале [0; 4] с шагом h = 0.4:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|  | 0 | 0.4 | 0.8 | 1.2 | 1.6 | 2 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 4 |
|  | 0 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |

Построим линейную аппроксимацию:

Для этого решим следующее матричное уравнение:

Решая методом Гаусса, получаем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|  | 0 | 0.4 | 0.8 | 1.2 | 1.6 | 2 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 4.0 |
|  | 1.585 | 1.534 | 1.483 | 1.433 | 1.382 | 1.331 | 1.280 | 1.229 | 1.179 | 1.128 | 1.077 |
|  | 0 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |
|  | 1.585 | 0.582 | -0.366 | -1.035 | -1.155 | -0.807 | -0.331 | 0.064 | 0.337 | 0.511 | 0.616 |
|  | 2.512 | 0.339 | 0.134 | 1.072 | 1.334 | 0.651 | 0.110 | 0.004 | 0.114 | 0.261 | 0.379 |

Найдем среднеквадратичное отклонение:

Аналогичным образом найдем квадратичное приближение:

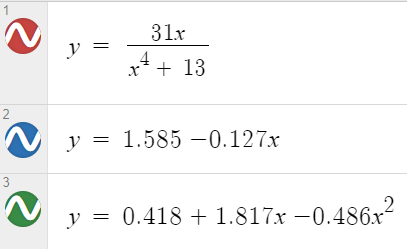
Для этого решим следующее матричное уравнение:

Решая методом Гаусса, получаем:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |
|  | 0 | 0.4 | 0.8 | 1.2 | 1.6 | 2 | 2.4 | 2.8 | 3.2 | 3.6 | 4.0 |
|  | 0.418 | 1.067 | 1.561 | 1.899 | 2.081 | 2.108 | 1.979 | 1.695 | 1.256 | 0.661 | -0.090 |
|  | 0 | 0.952 | 1.849 | 2.468 | 2.537 | 2.138 | 1.611 | 1.166 | 0.842 | 0.617 | 0.461 |
|  | 0.418 | 0.115 | -0.289 | -0.569 | -0.456 | -0.030 | 0.368 | 0.530 | 0.414 | 0.044 | -0.551 |
|  | 0.174 | 0.013 | 0.083 | 0.324 | 0.208 | 0.001 | 0.136 | 0.281 | 0.171 | 0.002 | 0.304 |

Найдем среднеквадратичное отклонение:

У квадратичной аппроксимации среднеквадратичное отклонение меньше, чем у линейной, а значит оно лучше.

Изображение выглядит как линия, График, диаграмма, Параллельный

Автоматически созданное описание

# Реализация и пример работы

# Вывод

Мы изучили один из методов аппроксимации функций – метод наименьших квадратов, с его помощью аппроксимировали заданную функцию по нескольким точкам, а также привели программную реализацию приближения многочленами, степенной, экспоненциальной и логарифмической функцией.